

INSTRUCCIONES (*INSTRUCTIONS*)

- Material permitido: CALCULADORA BÁSICA, NO científica, NO programable, NO gráfica, NO con acceso a IA (*Permitted material: BASIC CALCULATOR, NOT scientific, NOT programmable, NOT graphic, NOT with access to AI.*)
- El examen incluye una hoja con la tabla Normal, el alumno puede utilizarla para la resolución de las cuestiones y/o problemas. (The exam includes a sheet with the Normal table, which students can use to solve questions and/or problems.)

BLOQUE A.- 2,5 puntos. El alumno debe contestar a UNO de los DOS problemas siguientes. Debe empezar a contestar a continuación de los enunciados y continuar al reverso de esta hoja, puede utilizar hojas adicionales. (**SECTION A.-** 2,5 points. Students must answer ONE of the following TWO problems. They must begin their answer below the question and continue on the reverse side of this page, additional sheets may be used.)

A1.- Un padre le da a cada uno de sus hijos 20€. Los niños gastan todo el dinero y compran lo siguiente, el primero compra 5 caramelos, 3 chicles y 3 bombones, el segundo compra 8 caramelos, 3 chicles y 2 bombones, y el tercero compra 7 caramelos, 5 chicles y un bombón. (*A father gives each of his children 20€. The children spend all the money and buy the following, the first one buys 5 candies, 3 chewing gums and 3 chocolates, the second one buys 8 candies, 3 chewing gums and 2 chocolates, and the third one buys 7 candies, 5 chewing gums and a chocolate.*)

a) Escribe un sistema de ecuaciones que represente el problema. A continuación, expresa el sistema de ecuaciones en forma matricial. (*Write a system of equations that represents the problem. Then, express the system of equations in matrix form.*)

b) Calcula la matriz inversa de la matriz de coeficientes. (*Calculate the inverse matrix of the coefficient matrix.*)

c) Resuelve el sistema de ecuaciones de forma matricial, e indica el coste de cada artículo. (*Solve the system of equations in matrix form, and indicate the cost of each item.*)

NOTA: Usar Gauss o cálculo matricial en la resolución del problema. (*NOTE: Use Gauss or matrix calculus to solve the problem.*)

A2.- Dadas las siguiente matrices: (*Given the following matrices:*)

$$A = 77 \left[\begin{pmatrix} 0 & 7 \\ 7 & 0 \end{pmatrix} - 7 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right] \quad B = 7 \begin{pmatrix} 0 & 7 & 0 \\ 7 & 0 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

a) Calcula las matrices **A** y **B** (*Calculate matrix A and matrix B*)

b) Calcula la inversa de la matriz **B** (*Calculate the inverse of the matrix B*)

c) Calcula la matriz **X** que verifica la ecuación: $\mathbf{XB} = \mathbf{A}$ (*Calculate matrix X to verify the following matrix equation: $\mathbf{XB} = \mathbf{A}$*)

BLOQUE B.- 2,5 puntos. El alumno debe contestar a UNO de los DOS problemas siguientes. Debe empezar a contestar a continuación de los enunciados y continuar al reverso de esta hoja, puede utilizar hojas adicionales. *(SECTION B.- 2,5 points. Students must answer ONE of the following TWO problems. They must begin their answer below the question and continue on the reverse side of this page, additional sheets may be used.)*

B1.- El pasado invierno una granja avícola disponía de una vacuna para proteger a sus animales frente a la gripe aviar. Si un animal se ha vacunado, la probabilidad de que se infecte con el virus es de 0,1; sin la vacuna, dicha probabilidad es de 0,3. El 40% de las aves se vacunó. *(Last winter a poultry farm had a vaccine to protect its animals against avian influenza. If an animal has been vaccinated, the probability of becoming infected with the virus is 0.1; without the vaccine, the probability is 0.3. Forty percent of the birds were vaccinated.)*

a) Halla la probabilidad de que un ave elegida al azar se infecte con el virus. *(Find the probability that a randomly chosen bird is infected with the virus.)*

b) Si el ave elegida al azar se ha infectado con el virus ¿cuál es la probabilidad de que esté vacunada? *(If the bird chosen at random has been infected with the virus, what is the probability that it is vaccinated?)*

c) Si el ave elegida al azar no está infectada con el virus, ¿cuál es la probabilidad de que no esté vacunada? *(If the bird chosen at random is not infected with the virus, what is the probability that it is not vaccinated?)*

B2.- La edad a la que se independizan los jóvenes en los países nórdicos es una variable aleatoria que se puede aproximar por una distribución normal de media desconocida y desviación típica de 4 años. Para estimar la media se elige aleatoriamente una muestra de 100 jóvenes de dicha población. *(The age at which young people become independent in the Nordic countries is a random variable that can be approximated by a normal distribution of unknown mean and standard deviation of 4 years. To estimate the mean, a sample of 100 young people is randomly chosen from the population.)*

a) ¿Cuál es la varianza de la distribución muestral? *(What is the variance of the sampling distribution?)*

b) Si la media muestral es 24 años, halla un intervalo de confianza al 90 % para la media poblacional. *(If the sample mean is 24 years, find a 90% confidence interval for the population mean.)*

c) ¿Cuál es el error cometido? *(What is the error?)*

BLOQUE C.- 2,5 puntos. El alumno debe contestar a CINCO de las OCHO cuestiones siguientes. (*SECTION C.- 2,5 points. The student must answer FIVE of the following EIGHT questions.*)

1. El resultado de hacer $\mathbf{B} \times \mathbf{A}$ es:

(*The result of $\mathbf{B} \times \mathbf{A}$ is:*)

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 7 \\ 7 & 7 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -7 & 7 & 7 \\ 7 & -7 & -7 \end{pmatrix}.$$

- a) No es posible hacer $\mathbf{B} \times \mathbf{A}$. (*It is not possible to multiply $\mathbf{B} \times \mathbf{A}$*)
- b) La matriz nula. (*Null matrix.*)
- c) Ninguna de las otras. (*None of the others.*)

2. Sabiendo que el producto de $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$ es C , ¿cuál es el valor de $\mathbf{x}$?

(*Knowing that the product of $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$ es C , what is the value of $\mathbf{x}$?*)

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 1 & -7 \\ -7 & 1 & 7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 7 \\ x \\ 7 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 7 \\ 7 \end{pmatrix}$$

- a) $\mathbf{x} = -7$
- b) $\mathbf{x} = 7$
- c) Ninguna de las otras. (*None of the others.*)

3. La función $\mathbf{f(x)}$ tiene: (*The function $\mathbf{f(x)}$ has:*)

$$f(x) = \frac{-7x}{x+7}$$

- a) Asíntota horizontal, (*Horizontal asymptote*) $\mathbf{y} = -7$.
- b) Asíntota vertical, (*Vertical asymptote*) $\mathbf{x} = 7$.
- c) Ninguna de las otras. (*None of the others.*)

4. La función $\mathbf{f(x)}$ tiene un máximo en el punto: (*The function $\mathbf{f(x)}$ has a maximum at the point:*)

$$f(x) = \frac{-7x^2}{x+7}$$

- a) $\mathbf{x} = -14$
- b) $\mathbf{x} = 14$
- c) Ninguna de las otras. (*None of the others.*)

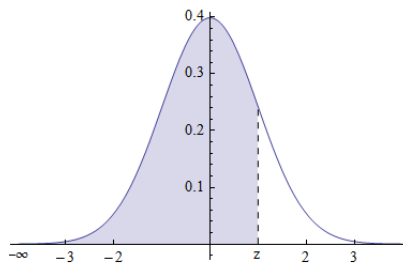
5. Calcular (*Calculate*) $\int \left(-\frac{7}{x^2} - \frac{7}{x} \right) dx$
- a) $\frac{7}{x} + 7 \ln(x) + C$
- b) $-\frac{7}{x} - \ln(x) + C$
- c) Ninguna de las otras. (*None of the others.*)
6. Si A y B son sucesos de un espacio de probabilidad, la afirmación siguiente es correcta:
(*If A and B are events in a probability space, the next statement is correct:*)
- $P(A \cap B) = P(A)P(B)$**
- a) Si A y B son sucesos distintos. (*If A and B are different events.*)
- b) Si A y B son sucesos independientes. (*If A and B are independent events.*)
- c) Ninguna de las otras. (*None of the others.*)
7. ¿Cuál es el área total bajo la curva de la distribución normal?
(*What is the total area under the normal distribution curve?*)
- a) 100.
- b) Depende de los valores de la media y la desviación típica. (*Depends on the values of the mean and the standard deviation.*)
- c) Ninguna de las otras. (*None of the others.*)
8. ¿Qué ocurre con el intervalo de confianza si aumenta el valor de la desviación típica poblacional σ ?
(*What happens to the confidence interval if the value of the population standard deviation σ increases?*)
- a) Se vuelve más estrecho. (*It becomes narrower.*)
- b) Se mantiene igual. (*It stays the same.*)
- c) Ninguna de las otras. (*None of the others.*)

BLOQUE D.- 2,5 puntos. El alumno debe contestar al problema siguiente. Debe empezar a contestar a continuación del enunciado y continuar al reverso de esta hoja, puede utilizar hojas adicionales. (**SECTION D.-** 2,5 points. Students must answer the following problem. They must begin their answer below the question and continue on the reverse side of this page, additional sheets may be used.)

D1.- Una empresa fabrica cajas de madera sin tapa cuyo volumen es de 36 unidades cúbicas, y cuyo largo es el doble del ancho. La empresa quiere minimizar la madera utilizada. Determina: (*A company manufactures lidless wooden boxes with a volume of 36 cubic units and a length that is twice the width. The company wants to minimize the amount of wood used. Determine:*)

- a) La función objetivo a optimizar. (*The objective function to optimize.*)
- b) Los valores del ancho, largo y alto de la caja. (*The values for the box's width, length, and height.*)
- c) La superficie de madera utilizada. (*The surface area of wood used.*)

PROPIEDAD INTELECTUAL DE LA UNED

$$F(x) = P(Z \leq z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z e^{t^2/2} dt$$
[illegible]